

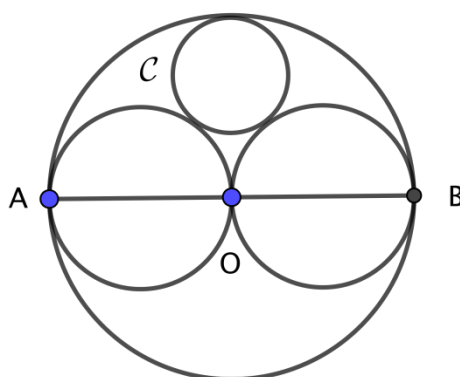
## SEGUNDO EXÁMEN DE MATEMÁTICAS

1.- Determine todos los valores de  $x$  que satisfacen la desigualdad

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2}$$

2.- En la siguiente figura, se muestran cuatro circunferencias tangentes entre sí.  $O$  es el centro y  $AB$  es un diámetro de la circunferencia más grande. También  $AO$  y  $OB$  son diámetros de las otras dos circunferencias y el radio de la circunferencia  $C$  es 7, encuentre el valor de  $AB$ .

3.- Encuentre el valor numérico de la expresión



$$\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \dots + \cos^2 89^\circ$$

4.- Supongamos  $k > 0$  y que la recta con ecuación  $y = 3kx + 4k^2$  interseca a la curva  $y = x^2$  en los puntos  $P$  y  $Q$ . Si  $O$  es el origen de coordenadas y el área del triángulo  $OPQ$  es 80. Determine el valor numérico de la pendiente de la recta.

5.- Para cada  $x$ ,  $f(x)$  está definida como el mínimo de los tres números

$$2x + 2, \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{y} \quad -\frac{3}{4}x + 7.$$

a) Grafique la función  $f$ .

b) Determine el máximo de la función  $f$ .

6.- Si elegimos tres dígitos distintos entre sí y distintos de cero cuya suma es 14 y escribimos todos los números de tres cifras que se pueden formar (sin repeticiones) y los sumamos, encuentre el resultado de la suma.

7.- Pruebe que si  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 3$ , entonces

$1! + 2! + 3! + \dots + n!$  No es un cuadrado perfecto.

8.- Resuelve la ecuación:

$$3^{2x} - 34 \cdot 15^{x-1} + 5^{2x} = 0.$$